

# センス・オブ・ワンダーを育む 「算数概論」の教材開発と実践 (1)

小 西 豊 文

## An Introduction to Arithmetic that Cultivates a Sense of Wonder: Development of Learning Materials and Implementation of Lesson Plans (Part 1)

KONISHI Toyofumi

**Abstract:** The author's responsibilities over the past two years and now include the development of two elementary school curricula: "Elementary School Curriculum Education Method (for Arithmetic)" and "Introduction to Arithmetic," in the "Department of General Education for Children" at the Konan Women's University. "Introduction to Arithmetic" is a prerequisite (chosen by multiple subjects) for receiving the Class 1 Teacher's Certificate for preschool and elementary school teachers. The author's main goal is the cultivation of the interest of undergraduates, many of whom are aware of their own difficulty in learning arithmetic and mathematics. The author believes that the key is to ensure that the undergraduates are able to participate proactively and enthusiastically in the lesson and has further focused on improving classroom materials and teaching methods.

In this paper, the author describes the process by which the materials and lesson outlines, used in the first semester of 2016 (for juniors), were developed. The major achievement was a positive change in the attitudes of the students toward arithmetic and mathematics. Further improvements in the method and the development of new materials are also discussed, as issues to be addressed in the near future.

**抄録:** 筆者は、本学「総合子ども学科」において主として算数にかかわる科目「初等教科教育法（算数）」と「算数概論」を担当している。「算数概論」は、幼稚園・小学校教諭一種免許状を取得する上での選択必修科目である。筆者は、この授業の担当者となり3年目を迎えた。どちらかといえば、算数数学への苦手意識のある学生が多いと思われる本学科での「算数概論」について、特に算数数学への興味・関心を高め、意欲的に学べることが大切であるとの考えで、授業で取り扱う教材の開発と授業の方法などの工夫改善に努めてきた。このような経過の中で、2016年度前期（3年生対象）の授業における教材の開発の過程とその実践の概要を述べ、主な成果として、学生の算数数学へのある程度イメージの変容が図れたこと、そして、さらなる授業方法の改善と新しい教材開発が課題であると感じたこと等について考察する。

**キーワード:** センス・オブ・ワンダー、算数概論

### 1. はじめに

本授業の受講者は、幼稚園教諭免許状または小学校

教諭免許状を取得しようとしている学生である。そのうち、小学校免許を取得して、小学校教員になった学生は、「算数科」という科目を小学生に授業をすることになる。その指導内容と方法を学ぶための必修科目

として「初等教科教育法(算数)」があり、この科目については、殆どの学生が2年生後期にすでに履修を終えている。そして、次の年度、3年生前期の本科目では、「算数」にかかわる内容とその背景となる「数学」についての概論を学ぶ。このことにより、算数科の内容の理解がより深まると考えられる。

一方、小学校教員は志望していなくて幼稚園教員又は保育士、その他企業等を目指す学生も半数近く受講している。幼稚園教員や保育士を目指す学生等は、「算数概論」の学習を通して、保育の自然等の領域における教材の背景となる見方・考え方が身に付くと考えている。「算数概論」では、将来の保育に役立つことも期待して、幼稚園等での幼児の遊びの一つとして取り扱うことが可能な数や図形の作業を行う体験的活動を伴う内容も取り入れている。

また、多くの学生が、4年生で、教員や企業の採用試験等において出合うであろう数学の問題全般の基礎的な理解を図り、試験問題の数学を克服するための効果的な学びの一助になればという筆者の願いもある。

本科目の内容を構成するにあたって、以上のようなねらいをもって、筆者は算数数学への興味関心を高め、学習意欲を醸成することを最も重視すべきであると考えた。そのためには、取り扱う教材(内容)の選定を吟味し、学習意欲を喚起できるような授業(方法)を工夫することが必要であると考え、目指してきたところである。とりわけ、2016年度前期は、過去の2年間の実践を振り返り、さらなる改善を図った。このことで、学生にとってより有意義な実践を進めることができたのではないかと考えている。

本稿では、本科目「算数概論」での教材開発の基本的な考え方とその経過及び実践の工夫とその振り返りや評価について考察し、その成果と今後の課題を明らかにしたい。

## 2. 「算数概論」の基本的な考え方

「算数概論」の基本的な考え方として、まず「センス・オブ・ワンダー」という言葉に着目したい。

レイチェル・カーソンは、その著『センス・オブ・ワンダー』<sup>1)</sup>で、「センス・オブ・ワンダー」について次のように述べている。

「子どもの世界は、いつも生き生きとして新鮮で美しく、驚きと感動にみちあふれています。」「もしもわたしが、すべての子どもの成長を見守る善良な妖精に話しかける力を持っているとしたら、世界中の子ども

に、生涯消えることのない『センス・オブ・ワンダー＝神秘さや不思議さに目をはまる感性』を授けてほしいとたのむでしょう」と言う。さらに続けて、「この感性はやがて大人になるとやってくる倦怠と幻滅、わたしたちが自然という力の源泉から遠ざかること、つまらない人工的なものに夢中なることなどに対する、かわらぬ解毒剤になるのです。」

「センス・オブ・ワンダー」を日本語で端的に定義するならば、「神秘さや不思議さに目をはまる感性」となる。レイチェル・カーソンは、主に自然界の様々な現象に思いを寄せ、人生の歩みを通して、その素晴らしさに感動することの大切さを語っている。それは、子どもの世界にとって重要で、よりよくその後の人生を生きるための源泉となるのであらうとさえ述べている。レイチェル・カーソンの言う自然界の事物、現象の何一つとってみてもそれは、神秘で不思議で、子どもはそのことに触れて感動することができるということに筆者自身大いに納得できるのである。このことは、誰もが、海や山の自然の美しさ、人間や花や樹木等の生物・生命の不思議さ、地球や星や月の神秘さ等に感動した自らの経験を思い起こせば、理解することができるのではないだろうか。

筆者は、これまで、「センス・オブ・ワンダー」と算数数学は極めて近い表裏の関係にあると感じてきたのである。それゆえ、「センス・オブ・ワンダー」を算数数学の内容に結び付けたいと常々想ってきた。それは、算数数学の持つ数理の美しさは、自然界の美しさと同様に人々に感動を与えるものであり、自然界の美しさが数理で表現できたり、算数数学の式や図形で現象を見ることができたりするからである。

以前、「算数でセンス・オブ・ワンダー」という小論<sup>2)</sup>を記したことがある。小学校算数科の授業でも、そういう「センス・オブ・ワンダー」を培うことができるとの考えで小学6年生対象の算数科の授業実践の概要と考察をまとめたものである。この実践の経験から、算数の授業で、教材を吟味し指導方法を工夫すれば、子どもに自然界に対して感じることと変わらぬほどの「センス・オブ・ワンダー」を育むことができるという確信を得ることができたのである。よって、本科目「算数概論」でも、学生を対象に「センス・オブ・ワンダー」を育む実践ができるであらうし、そのような実践によってこそ、学習への興味・関心を高め、意欲を喚起し、算数数学への苦手意識の転換を図ることができる考えたところである。それが「センス・オブ・ワンダー」を「算数概論」の基本的な考え方と

位置付けた理由である。

### 3. 「センス・オブ・ワンダー」 を育む教材開発の視点

筆者は、これまで長年にわたって算数数学教育の理論と実践の研究に携わってきた。その経験の中で、筆者自らが「センス・オブ・ワンダー」を感じる場に幾度となく遭遇してきている。それらを整理すると、次のような3つの場に分類することができ、それが教材開発の視点になると考えた。

#### （1）自然界の現象と算数数学が関連付く場

筆者は、自然界と算数数学の関連について、志村が「自然現象はなぜ数式で記述できるのか」<sup>3)</sup>で述べていることに共感している。

例えば、「物体の落下」という自然現象が数式で記述できるという事実に対して、志村は「人間にはまったく関係がない自然現象が、100% 人間が創造した数式で完璧に記述されるということは、身体が震えるほど不思議で仕方ないのです」と言う。その気持ち（感性）は、筆者自身の気持ち（感性）と共鳴するものがある。このような自然界の現象と算数数学が関連付く場の事例に、筆者もいくつも出会うことがあった。

それらを思い起こしてみると、例えば、  
「けやきの木の枝がフィボナッチ数列で分かれていくこと」

「蜂の巣の一つ一つの部屋がほぼ正六角形になっていること」

「月と太陽の直径の比と地球からの距離の比がほぼ等しいことから皆既日食という現象が起こること」等である。

これらは、筆者にとってまさに「センス・オブ・ワンダー」が感じられる場であり、志村のように、筆者自身も身体が震えるほどの不思議さに感動した事象なのである。

このような自然界の現象と算数数学が関連付く場を、本科目における教材開発の一つの視点としたいと考えた。

以下、視点 A とする。

#### （2）「素直な感覚」と算数数学の事実とがずれる場

例えば、図1のように、大円の中の直径の上に中心をおいて大円に接するように中円を2つ描いた場合、その円周は、大円と中円2つ分が等しくなることは、円

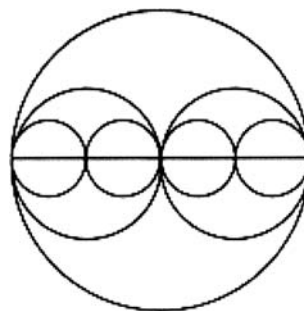


図1 大円・中円・小円の図

周を求める式に表すと納得できる。中円の中に描いた小円4つ分の円周も同様である。

大円の半径を  $2r$  とすると、

$$\text{大円の円周} = 4\pi r$$

$$\text{中円の円周} = 2\pi r \quad 2\text{つ分} = 4\pi r$$

$$\text{小円の円周} = \pi r \quad 4\text{つ分} = 4\pi r$$

ところが、中の円をどんどん小さくし、数を増やしていくと、やがて円の集まりの半径は小さくなっていくと1本の線のように見えてしまい、まるで、直径の上に重なっているかのように目には見えるのである。

こうなると、円周＝直径？となってしまうと、特に子どもは「そんなはずはない……」と思いつつも、奇妙な感覚に襲われるようである。子どもは目で見える感覚に惑わされることが多い。数式から理論的に考えれば、そんなはずはないのに、視覚的に納得できなくなるのである。このような五感として感じる日常感覚を、志村は私の「素直な感覚」<sup>4)</sup>とよんでいる。

あるところに、1本の木が生まれました。  
最初の1年に、高さが1mになり、次の1年に50cmのび、その次の1年に25cmのびるというように、毎年その前の年にのびた長さの半分だけのびるものとする、この木はどこまでのびますか。

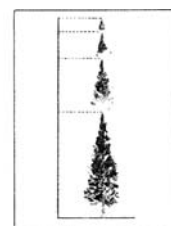


図2 木が伸びる問題

また、本稿で取り上げる図2のような「木が伸びる問題」では、前年の半分ずつどこまでも伸びる木を想定して、どこまで伸びるかを問うている。この問題は数学的には、無限等比数列の和を求める問題で、結果は「2に収束する」となる。ところが、「素直な感覚」で見れば、少しでも伸び続けるならば、どこまでも大きくなっていくように感じてしまう。「ちりも積もれば山になる」という言葉があるように、日常の感覚からすれば「増え続けるといつかは届くはず」というのは素直な感覚なのである。このような「素直な感覚」と算数数学の事実とがずれる場においても、不思議な

感覚に包まれ「センス・オブ・ワンダー」が感じられる。

このことも、本科目における教材開発の一つの視点にしたいと考えた。

以下、視点Bとする。

### (3) 算数数学にかかわる人の歩みと算数数学との関わり

算数数学の歴史の中に、それにかかわる人々の歴史がある。文字を産み出し、数を発見し、文化を発展させてきた長い歴史の中で算数数学という一つの分野が築かれてきた。その歴史における人々の歩みに思いを馳せることによってまた、人は感動する。例えば、今、我々が使っている数字は、明治維新の文明開化とともに日本に入ってきたことを知った時、あらためて驚く人も多いであろう。さらに、ピタゴラスが紀元前に三平方の定理を発見していたことや「0（ゼロ）」の発見が他の数に比べて比較的新しいことなどを知った時にも、その意外性にあらためて感動する。

また、数学にかかわる人々のエピソードなども興味を惹きつける面白さがある。例えば、天才と言われた数学者ガウスは少年時代に、先生から出された計算題の仕方を工夫して瞬間に答えを出したというエピソードやアルキメデスは殺害される直前まで図形を描いていて、その図がアルキメデスの墓標に描かれているというエピソード、また、大昔、皆既日食を畏れた当時の人々の考え方が元になってできたといわれる天の岩戸の日本神話も、センス・オブ・ワンダーをより豊かなものに広げてくれるのである。

さらに、人々が暮らす世界（地理的な広がり）にもつながりがあり、思いを膨らませることとなる。例えば、一筆書きの題材になっている「ケーニヒスベルクの7つの橋」<sup>5)</sup>はどこにあるのだろうか？とか、インドでは、本当に九九は20×20まであるのだろうか？など。さらに「ハノイの塔」というパズルがあるが、そのハノイとはベトナムのことなのかどこのか？……等、想いを巡らせればきりがなく、算数数学は世界の歴史や地理、そこを生きてきた人々に結びついて広がっていくことになる。このような歴史的なことや地理的なこととつながる場でも、不思議な感覚に包まれ「センス・オブ・ワンダー」が膨らむように感じられる。

このことも、本科目における教材開発の一つの視点にしたいと考えた。

以下、視点Cとする。

## 4. 「算数概論」の授業の実際

### (1) タイトルの工夫と数学の内容

筆者のこれまでの算数数学教育研究に携わってきた経験の中から、教材開発では、3で述べた3つの視点から見て、「センス・オブ・ワンダー」を感じ、感動を味わった自らの経験を想起することから始めた。次に、それらを吟味し、整理して、15のテーマを選定した。それらの教材一つ一つの中に、適切な数学の内容を組み込んで、いろいろな領域から選んだ一定の数学の内容（おおむね、小学校・中学校・高校1年程度まで）を取り扱い、それぞれに興味・関心を惹きつけるようなタイトルを考え、「算数概論」のシラバス

表1 全15回のタイトル一覧表

タイトル	取り扱う主な数学の内容	主な視点
① 数の占い	四則計算のきまり・計算の順序	B・C
② 天才少年ガウス	等差数列の和	B・C
③ 一休さんが寒い？	乗法の仕組み・計算法則	B・C
④ ケーニヒスベルクの7つの橋	オイラーの定理と一筆書き	B・C
⑤ 楽しい図形遊び	メビウスの帯・正多面体等	B・C
⑥ お得なピザは？	円の求積公式（円周・面積）	B
⑦ 日食ハンター	図形の合同・相似	A・B・C
⑧ 不思議な木の生長	フィボナッチ数列・無限等比数列の和	A・B・C
⑨ ピタゴラスの発見	三平方の定理とその活用	A・B・C
⑩ 電卓を使って	計算法則	B・C
⑪ チョコの大きさ比べ	立体の体積・表面積	A・B・C
⑫ 筆算をひろめた男	和算（鶴亀算・出会い算）	C
⑬ 博士の愛した数式	約数・倍数と素数	A・B
⑭ 星描き名人	三角形の角の和・円周角	B
⑮ 世界は消滅するのか？	指数関数・大きい数（京の単位）	B・C

を作成した。そして、これまでの学生の数学学習の経験を振り返りつつ復習もでき、新たな事項も習得ができる内容の構成にした。

各タイトル（全 15 コマ）とそれに組み込んだ数学の内容の概要、教材開発の主な視点はおおむね表 1 の通りである。

## （2）授業の進め方の工夫

授業では、興味を惹きつけるような画像を用意し、効果を上げるため、絵や図、写真等も豊富に取り入れ、パワーポイントで提示しながら授業を進めるようにした。その中に「実演」という場を設け、実際に学生の作業や実験的な活動もできるだけ取り入れるようにした。受講人数が多いので、例えば、第 7 講の「皆既日食のシミュレーション実験」<sup>6)</sup>などは、全員が行うには無理があり、学生の代表による実験を見せることにした。一方、第 13 講の「素数に関するエラトステネスの篩」<sup>7)</sup>など、紙面上の作業等は一人一人全員に取り組ませるようにした。また、授業の途中には、時間を区切り、いくつかの例題を入れて、理解を確かめ評価しながら進めた。

授業の最後には、基本問題と発展問題を用意し、取り組ませた。基本問題とは、授業の内容に直結する基本となる問題で、時間を決めて取り組ませ、授業中に解答をしてその時間内に確認した。発展問題は、少々応用を必要とする問題で、その時間内に解答を示さずに授業後も考え続けられるよう、後で研究室前に解答を掲示するというシステムにした。それは、自由に思考できる時間を個に応じて確保できるようにするため、考える時間を各自のペースに合わせたのである。

また、算数数学は問題を解くことだけではないという意識を高めるためにも、「センス・オブ・ワンダー」により着目させるように、毎回、本時間の「センス・オブ・ワンダー」に意識が向くようなコメントを明示して、本時間の感想文を提出させ、「算数概論」の授業評価の資料として活用できるようにした。

以下に、（字数制限があり、全 15 コマについて述べることはできないので）一つの実践例を示し、その教材開発の経緯や授業のようす、学生の感じ方等について考察する。

## 5. 授業の実例

### －第 8 講 不思議な木の生長－

全 15 コマの中から、第 8 講「不思議な木の生長」

を取り上げる。

## （1）教材開発の経緯

先に述べたように教材開発は、筆者自身のこれまでの「センス・オブ・ワンダー」の感動体験を掘り起こすことからスタートしている。第 8 講「不思議な木の生長」での教材開発の経緯は次の通りである。

### ①『個に応じた指導に関する指導資料（小学校算数編）』の編集作業から

筆者は、『小学校学習指導要領解説算数編（平成 11 年 5 月）』の作成協力者を務め、その指導資料『個に応じた指導に関する指導資料（小学校算数編）』の編集にも携わり、事例執筆のための教材開発の機会を得た。

指導資料の編集作業は、次のような趣旨で行われた。

「各学校における個に応じた指導の充実を図るため、理解や習熟の程度に差が生じやすいと思われる教科における学習を中心に、発展的な学習や補的な学習を推進する際の指導上のポイントや指導体制・指導方法の工夫改善、教材や評価の工夫などに関して、各学校における取組の参考となる教師用参考資料を刊行することにした。」

筆者は指導資料の事例「第 5 学年の数量関係領域『自然の中に見られる数の変化を調べよう』」<sup>8)</sup>を執筆した。この内容は、学習指導要領の内容を発展的に取り扱う意図で、当時、算数教科書等では取り扱われていない変わり方のきまり「フィボナッチ数列」を題材としたものである。筆者がこの題材を選んだのは、変わり方のきまりがこれまでに学習していない特殊なものであると同時に、自然界のけやきの木の枝分かれ等に見られる数列であるというところに自らが感動し、是非取り扱いたいと考えていたからである。

本教材は、佐藤修一著『自然にひそむ数学』という本で知った。その表紙には、下のような木の絵がある



図 3 不思議な木の生長（表紙の写真）

が、筆者に「センス・オブ・ワンダー」を感じさせるものであった。この本には、「……このような規則にしたがって生長する樹木が実際にも存在しています。ある種のけやきの木では、90% 以上の枝がこの成長特性にしたがって成長するということです。」<sup>9)</sup>と述べられている。

フィボナッチ数列とは、

「 $F_1 = F_2 = 1$ ,  $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$  ( $n \geq 2$ )」と漸化式で定義される数列である。具体的な数値で表すと、

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ……  
となる。

筆者は本教材の有効性について、次のようにまとめている。

「フィボナッチは、西暦 1200 年ごろの数学者である。……(中略)……この数列は、のちに世界中の多くの数学者の関心を集めることになり、フィボナッチ数列とよばれている。この数列のきまりには、ケヤキの木の枝分かれなど自然現象と結びつく面白さがある。この他にも様々な場面で見出すことができる。数の変化の仕方として独特のきまりがあり、関数的な考えの発展的な教材として有効である。」

この変わり方が自然現象と結びつくという不思議さと面白さ、変わり方のきまりをみつけるのに、発想の転換が必要になるなど、発展的な教材として適切であるのと同様、この不思議さは、まさに「算数概論」の教材にも相応しいと考え、第 8 講で取り上げることにした。

## ②「緑表紙の算数教科書」<sup>10)</sup>のある問題との出会いから

新任教員だったころ大学でご指導いただいた M 先生から薦められて戦前の算数教科書を復刻した『尋常小算術 復刻版』(啓林館)を購入した。それは戦前の優れた算数教科書で、今読み直しても価値があると言われて手にした。仮名遣いなども昔のままで、そのことにも面白さを感じたが、内容的に随分と興味をそそられる部分が多かった。

特に、6 年生の図 4 のような問題に惹きつけられた。内容としては、現在の高校数学で取り扱う「無限等比数列の和の問題」であるが、この内容を小学校で扱っていた当時の算数のレベルの高さにも驚いた。この問題では「どこまで伸びるであろうか」というように問いかけも工夫されていて、木が伸びていくようすを想像させることに価値を見出していると思われる。

3 で述べたように「素直な感覚」と矛盾する結果になるところに「センス・オブ・ワンダー」が感じら



図 4 緑表紙 6 年下 p 76 (原文)

れ、価値を見出した。少しでも伸び続けるのであれば、どこまでも伸び続けるであろうとつい考えてしまいが、理論的にそうではないところがまさに不思議で、そこに「センス・オブ・ワンダー」が感じられる。

この問題に関しては、日本の数学者志賀浩二がその著『無限のなかの数学』<sup>11)</sup>の中で、志賀が小学生だった頃、この問題に取り組み、その時を振り返って、次のように述懐している。

「私は毎年毎年伸びていく木のようすを想像していくうちに、ついには自分も吸い込まれて消えてしまいそうな、そしてはるかな世界に誘い込まれていくような、本当に不思議な思いがした。……」

あたかも、志賀は、この問題との出会いが、数学者の道を歩むきっかけであったかのような想いを述べている。このことも授業の中で紹介する価値があると考えた。

以上のような 2 つの教材を一つに組み合わせて、変わり方のきまりに関する教材とし、「不思議な木の生長」というタイトルを付け、「センス・オブ・ワンダー」を育みたいと考えた。一つは、現実的な(自然の)木の枝分かれとフィボナッチ数列との関連を考察し、もう一つは、現実の感覚とズレを感じる無限等比数列の和という現象(架空の木)の想像というある意味で対比的な 2 つの内容の取扱いに面白さがあると考えたのである。

## (2) 授業の実際

授業の実際を振り返り、受講学生が「センス・オブ・ワンダー」を感じていると思われる感想の一部(抜粋)も取り上げながら、その成果を検討する。

なお、「PS」とは「パワーポイントの画面」の略称であり、番号は提示順を示している。

① ある木の枝分かれの数の変わり方のきまりを考え、フィボナッチ数列について知る。

**PS 1** を提示し、木の枝分かれの数に着目する。

**PS 2** を提示し、木の枝分かれの規則（きまり）を知る。

**【ある木の枝分かれの規則】**

- ・1年目に太い枝が伸びる。
  - ・太い枝は次の年に太い枝と細い枝に分かれる。
  - ・その次の年の太い枝は太い枝と細い枝に分かれる。
  - ・        細い枝はそのまま細い枝が伸びて、その次の年は太い枝と細い枝に分かれる。……
- という規則で生長する。
- ・枝の模型を使って、黒板でその枝分かれの様子を再現（実演）し、規則を理解する。（図5）

**PS 3** 枝分かれの様子をアニメーションで見て、確認する。

- ・出来上がっていく図柄が、実在の木のように見えることに着目する。

**PS 4** 年数と枝分かれの数の変化を表した「表2」を示し、数の変化に着目する。

- ・変化の表から、この変わり方には、どんなきまりがあるかを考える。
- ・2つの数量（年数と枝分かれの数）には、対応するきまりがないのできまりの発見は難しい。そこで、ヒントとして、連続する3つの数を組にして提示する。

112・123・235・358……

- ・この数の組から、直感的に「前の2つの数を足すと次の数になる」ことに気づくことができた。「フィボナッチ数列」の変化のきまりの発見である。

**PS 5** このように変化する数列を「フィボナッチ数列」ということを知り、変化のきまりをまとめる。

- ・実際のけやきの木などがこのように枝分かれするという事実や自然界に見られる数であることを知る。



図5 黒板で作業したフィボナッチの木（写真）

**PS 6** 『自然にひそむ数学』という本の表紙の図柄（図3参照）を見せ、表紙の絵がフィボナッチ数列で枝分かれしている図であることに気づく。

**PS 7** フィボナッチ数が見られるひまわりの種の写真を示し、ひまわりの種の配列を例として、フィボナッチ数が自然界のいろいろなところで見られることを紹介した。

- ・「ひまわりはいちいち種の数で計算して並べているのでしょうか？」と問いかけて不思議感を煽った。

**PS 8** 数列の名称は、見つけた数学者の名前であることとその簡単な次のようなプロフィールを知る。

**【フィボナッチのプロフィール】**

フィボナッチの生存は不詳1175年～不詳1228年とされていること。ピサの斜塔で有名なイタリアのピサ市に住んでいた数学者で、アラビア数字をヨーロッパに伝えた。彼の伝記の絵本もあること等

**PS 9** 絵本「フィボナッチ」の表紙の絵を示し、絵本があつて、それが日本語に訳されていることを知らせ、その内容を一部紹介する。

- ・フィボナッチが勉強の苦手な子どもであったことを絵本から知る。

**PS 10** 半径をフィボナッチ数列にして、4分の1の円弧を順次描いていくと、その図が渦巻きになることを知る。（図6）

**PS 11** フィボナッチ数列で渦巻きを描くための方眼紙の図に、PS 10の図を実際に描く。

- ・全員に用紙を配布し、実際に描かせ（実演）、OHC上でも実演する。
- ・順に描いていくことによって、渦巻き図がきれいに出来上がっていく様子を感じ取ることができた。

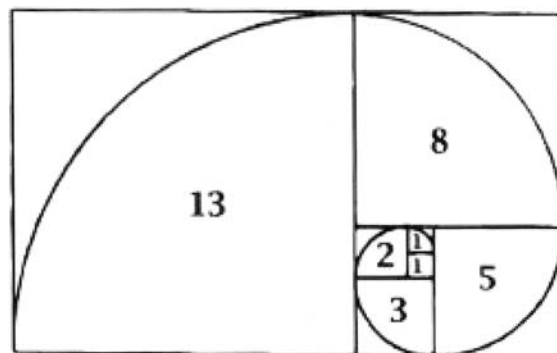


図6 渦巻きの図

表2 年数と枝分かれの数の変化

年数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
枝分かれの数	1	1	2	3	5	8	13	..	..	..

・自然界にもフィボナッチ数列が存在する一例として巻貝の渦巻きがあることを紹介し、不思議さを実感する。

#### 【感想】

・ケヤキの木の枝分かれは、日常生活と数学をいつも離して考えがちですが、密かに紛れてかかわっていると再認識しました。(Y)

・フィボナッチ数列で円を描いていくと渦巻きがどんどん出来上がっていくのには驚きました。(S)

・フィボナッチ数列のように、数学は常に身の回りに存在しているのだと思いました。それに、誰がどのように自然をコントロールしているのか何故か気になります。(N)

・高校の時に、数列の学習をしましたが、公式を使ったり規則をみつけたりすることがとても苦手で苦労しました。でも、今日のきまりは理解して見つけることができてよかったです。(M)

・自然界と数や算数数学は密接にかかわりあっていると知って、苦手な数学が面白いものであるように思えました。(M)

② 緑表紙の算数の架空の木の問題を考え、無限等比数列の和の不思議を感じる。

**PS 12** 緑表紙教科書の復刻版の写真を示し、表紙が緑色であったので「緑表紙教科書」と呼ばれているなど、その概要を紹介した。

・話が替わって、この本にある架空の木の伸びる問題を考えることを知る。

**PS 13** 緑表紙の算数 6 年下 p 76 「木の伸びる問題」の原文 (図 4 参照) を紹介し、文字遣いが今と異なること等を解説した。

・例えば、次のような表現がなされている。

米=メートル 糎=センチメートル アラウカ=あろうか

・このような文字遣いに、当時の様子が想像できて、面白いと感じたようである。

**PS 14** この問題が、現代文に訳されて現在の算数教科書にも掲載されていることを紹介し、あらためて現代文の問題 (啓林館版 算数 6 年 p 96) を示した。(図 2 参照)

・この問題について考え、考えたことを発表する。

**PS 15** 筆者が過去に授業した際の子ども (小学校 6 年生) の考え方 (対立する 2 つの考え方) を紹介した。

・考え方 A=少しずつでも伸びていくのだからどこまでも伸びるはず……

・考え方 B=増えるけど、その長さが半分、半分……となっていくからどこかで止まる。

・自分の考え方は、A、B どちらの考え方に近いか挙手する。

・考え方 A と B の挙手した割合は、約 3 対 7 であった。

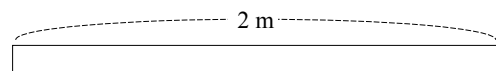
**PS 16** 数学者志賀浩二の述懐をその著『無限の中の数学』より紹介した。志賀は「私は、毎年毎年伸び続けていく木のようすを想像していくうちに、ついには自分も吸い込まれて消えてしまいそうな、そしてはるかな世界に吸い込まれていくような、ほんとに不思議な思いがした……」と語っている。

・志賀の述懐から、子どもの頃に、この問題に遭遇し、感動し、数学者の道を歩むきっかけになったのではないかという筆者の想いを伝えた。

**PS 17** 本事象を具体的な数で (分数の式で) 考えることを提案した。

・式は、 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$  となる。

**PS 18** 式だけでは実感がわきにくいので、実演するための帯図を示し、2 m の中の 1 m, 次に  $\frac{1}{2}$  m, 次に  $\frac{1}{4}$  m……と帯図に伸びを記入しながら考えた。(全員の実演)



・次第に分割 (分数) が小さくなっていった、実際に書き込めなくなっていくが、半分の半分は目に見えずとも常に存在しているという感覚を感じさせる。

**PS 19** 数学的に式で考えると、2 に収束する無限等比数列の和 (極限の考え) であることをまとめる。

・「木はどんどん伸びるけれど、いつも伸びる分の半分が残るので 2 m に近づくが、永遠に 2 m にはならない。(2 に収束する)=極限の考え」に「センス・オブ・ワンダー」を感じる。数はどんどん小さくなれば、人間の視覚ではとらえられなくなるが、理論上、存在するということを納得するのが数学の世界での思考であり、そこが「センス・オブ・ワンダー」を感じるところであると解説する。

#### 【感想】

・木は伸びていって、いつかは 2 m を越えると思っていましたがそうならないことを知りました。数には、小数があって 0.00000……といつまでも続くと思うのですが、不思議です。(N)

・少しずつ、少しずつ 2 m に近づいているのに、2 m にはならなくて、もどかしい気持ちになりました。(K)



・架空の木のことを考えると頭がおかしくなりそうな不思議な感覚がします。半分、半分、半分……で伸びていって、見えないくらい小さな単位になって、これも分かるようで不思議です。（W）

・どんどん伸びる架空の木と聞いて「ジャックと豆の木」を思い出しました。豆の木は雲の上まで伸びるけど、この木は2mときめられた限度の中でしか増えないことは不思議だけれども納得しました。（K）

・本当の木もあるところまでしか伸びないのというもの、もしかしてそういうことなのかな？と思いました（R）

**PS 20** 基本問題「フィボナッチ数列の15番目の数を求める」に取り組む。

・フィボナッチ数列の第15番目の数を求めなさい。

・解答を示した。15番目は「610」

**PS 21** 「センス・オブ・ワンダー」への観点を示し、観点を踏まえて感想を書く。

・観点1「自然の中にフィボナッチ数列がたくさん隠れているのです。けやきの木、貝の渦巻き、パインナップル……ほかにもみつけてみたいですね。」

・観点2「どんどん伸びる架空の木が、永遠に2mを越えないのも不思議です。増えていくならいつかは……と思いますよね。」

・観点3「数の増え方のきまりをみつけると先々まで分かるのですね。」

**PS 22** 発展問題として、右のような「木の伸びる問題と同じ構造の三角形を並べる問題」<sup>[2]</sup>に取り組む。（図7）

\*この問題については、本時の実施後、改善点として新たに付け加えたものである。

この本の表紙にある模様には三角形がどんな大きさの順に並んでいますか。

その並べ方にしたがって、次第に小さい三角形を限りなくつけ加えていったとすると、三角形の面積の和はどうなるでしょうか。

このことを次の図について考えましょう。



図7 三角形を並べる問題

## 6. 「算数概論」の成果と課題

### (1) 成果

第15講の最後に簡単なアンケートを行った。内容は次の3つである。

①全15回の中から印象に残っているものベスト3を選んでください。

②算数数学に対する思い（イメージ）が変わったことがあったら書いてください。

③全15回を通しての感想を書いてください。

①に関して集計した結果、1位は「第5回 図形遊び」2位は「第14回 星描き名人」、3位は「第13回 博士の愛した数式」であった。楽しい作業のある内容が好まれたようである。

②では、「算数数学はひたすら計算し、問題を解くものだと思っていたけれど面白いことがたくさんあって奥が深いなと思いました。」「苦手意識が大きかったけれど少し楽しいものに感じることができました。」「数学は決まりきったことばかりと思っていたけど、不思議なことがいっぱいあるのだなあと思いました。」等、多少イメージの変化があったようである。

③では、「毎回、たくさんの不思議なことがあり、一つ一つが本当に楽しかったです。」「全ての授業に物語があってそれに沿って考えられるのが面白かったです。」「算数概論では発見した人のことや歴史も学べてよかったです。」「小中高で習ってないことも結構多くて勉強になりました。」等、意図するところを感じてとってくれたようである。

以上のことから、「センス・オブ・ワンダー」を軸に教材開発を行い実践した「算数概論」において、算数数学への関心・意欲・態度を育むという筆者の意図するところがある程度実現できたと考えている。

### (2) 課題

全15回は、それぞれ最善の教材を用意し、筆者自身は精一杯の実践を行ったつもりであるが、振り返ってみれば、これも扱えばよかった、あの時はこう投げかけたらよかった等、反省点が浮かび上がってくる。

次年度は、本年度の問題点を踏まえて、細かいところまでさらに改良を加え続けていきたい。また、筆者の興味・関心も、さらに広がりを見せている。例えば、雪の結晶の形の不思議、日本の江戸時代の算額の面白い問題、音の世界と数学の関係等々に着目している。このようなさらなる新しい教材の開発を目指して

取り組んでいきたい。

なお、本稿では、今回、全 15 講の中の一つしか具体例を示せなかったが他の事例については別の機会に取り上げ考察したいと考えている。

#### 註

- 1) レイチェル・カーソン 訳：上遠恵子，センス・オブ・ワンダー，新潮社，1996, p 23
- 2) 小西豊文，算数でセンス・オブ・ワンダー，教育研究収録第 8 号，2000, p 14～22
- 3) 志村史夫，自然現象はなぜ数式で記述できるのか，PHP 教育研究所，2010
- 4) 「素直な感覚」とは，志村は「重い物ほど速く落下する」というような例をあげて，人間の五感で感じる常識的な感覚のことを指している。
- 5) ケーニヒスベルクは現ロシアのカリーニングラードのことで，街にある 7 つの橋を，同じ橋を二度渡らずに，全部渡ることができるかという問題。オイラーが変形して一筆描きの問題として，不可能なことを証明した。
- 6) 筆者が考案した「大きめの円の切り抜きを太陽，小さめの円（牛乳キャップ）を月に見立てて，片目をつむって月を手前に太陽を見ると重なって見えるという皆既日食の原理を体感する実験」
- 7) 指定された整数から素数を見つけるアルゴリズム的方法のことで，エラトステネスが考案したといわれている。
- 8) 文部科学省，個に応じた指導に関する指導資料（小学校算数編），2002, p 99～104
- 9) 佐藤修一，自然にひそむ数学，1998, p 199

- 10) 緑表紙教科書とは，昭和 10 年から 15 年まで毎年 1 学年ずつ出版された「尋常小算術」という国定教科書である。表紙が緑色であったのでそうよばれた。1970 年，新興出版社啓林館により復刻版が出版された。
- 11) 志賀浩二，無限のなかの数学，岩波書店，1995
- 12) 緑表紙教科書復刻版 6 年下 p 77 (17) の問題で，現在の算数教科書「わくわく算数」6 年 p 97 に現代文で掲載されているものを提示した。

#### 参考文献

- レイチェル・カーソン 訳：上遠恵子，センス・オブ・ワンダー，新潮社，1996
- 小西豊文，算数でセンス・オブ・ワンダー，教育研究収録第 8 号，2000
- 小西豊文，子どもが飛びつく算数面白物語，明治図書，2003
- 志村史夫，自然現象はなぜ数式で記述できるのか，PHP 教育研究所，2010
- L. A. スティーン 訳：三輪辰郎，世界は数理でできている，丸善，2000
- 文部科学省，個に応じた指導に関する指導資料（小学校算数編），2002
- 松宮哲夫，伝説の算数教科書〈緑表紙〉，岩波書店，2007
- 文：ジョセフ・タグニーズ 絵：ジョン・オブライエン 訳：渋谷弘子，フィボナッチ 自然のなかにかくれた数を見つけた人，さ・え・ら書房，2013
- 佐藤修一，自然にひそむ数学，講談社，1998
- 志賀浩二，無限のなかの数学，岩波書店，1995
- 尋常小算術 復刻版，啓林館，1970
- 算数教科書「わくわく算数」6 年，啓林館，2015